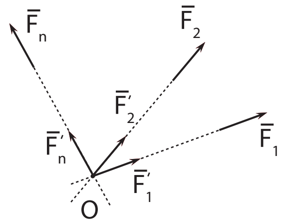
Система сходящихся сил

Система сил, у которой линии действия всех сил пересекаются в одной точке, называется *сходящейся*.



Пусть $\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n\}$ – система сходящихся сил, приложенных к некоторому твердому телу. Пусть линии действия сил системы пересекаются в одной точке O. Так как силу можно перемещать вдоль линии действия, то можно все силы системы переместить таким образом, что они все будут приложены в точке O. Получим систему сил $\{\overline{F}'_1, \overline{F}'_2, ..., \overline{F}'_n\}$. Силы, приложенные в одной точке, можно складывать, как векторы. В итоге получим одну единственную силу, которая будет равнодействующей исходной системы сил. Аналитически это можно записать так:

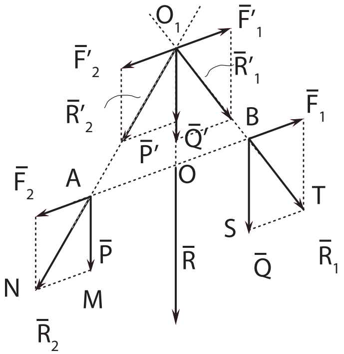
$$\{\overline{F}_1, \overline{F}_2, ..., \overline{F}_n\} \backsim \{\overline{F}'_1, \overline{F}'_2, ..., \overline{F}'_n\} \backsim \overline{R}.$$

Здесь $\bar{R} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}'_i = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i$.

Итак, система сходящихся сил приводится к равнодействующей, равной векторной сумме всех сил системы, и ее линия действия проходит через точку пересечения линий действия всех сил системы.

Система двух параллельных сил

Рассмотрим вначале систему двух параллельных сил, направленных в одну сторону.



Пусть дана система сил $\{\overline{P}, \overline{Q}\}$, приложенных в точках A и B. Добавим к этой системе уравновешенную системы сил $\{\overline{F}_1, \overline{F}_2\}$. Они равны по модулю и действуют вдоль прямой AB в разные стороны.

Силы $\overline{P}$ и $\overline{F}_2$, приложенные в точке A, можно заменить их равнодействующей $\overline{R}_2$, а силы $\overline{Q}$ и $\overline{F}_1$, приложенные в точке B, можно заменить их равнодействующей $\overline{R}_1$. Силы $\overline{R}_1$ и $\overline{R}_2$ не параллельны и их линии действия пересекаются в точке O_1. Перенесем $\overline{R}_1$ и $\overline{R}_2$ вдоль их линий действия в точку O_1. Получим $\overline{R}'_1$ и $\overline{R}'_2$.

Представим $\overline{R}'_2 = \overline{F}'_2 + \overline{P}'$, $\overline{F}'_2 \parallel \overline{F}_2$, $\overline{P}' \parallel \overline{P}$.

Аналогично $\overline{R}'_1 = \overline{F}'_1 + \overline{Q}'$, $\overline{F}'_1 \parallel \overline{F}_1$, $\overline{Q}' \parallel \overline{Q}$. Силы $\overline{F}'_1$ и $\overline{F}'_2$ равны по величине и направлены в разные стороны вдоль одной прямой, следовательно их можно отбросить. Остаются силы $\overline{P}'$ и $\overline{Q}'$ они направлены вдоль одной прямой в одну сторону. Таким образом система свелась к равнодействующей $\overline{R} = \overline{P}' + \overline{Q}' = \overline{P} + \overline{Q}$.

Аналитически эти рассуждения записываются так: $\{\overline{P}, \overline{Q}\} \backsim \{\overline{P}, \overline{Q}, \overline{F}_1, \overline{F}_2\} \backsim \{\overline{R}_1, \overline{R}_2\} \backsim \{\overline{R}'_1, \overline{R}'_2\} \backsim \{\overline{P}', \overline{Q}', \overline{F}'_1, \overline{F}'_2\} \backsim \{\overline{P}', \overline{Q}'\} \backsim \overline{R}$. Здесь $\backsim$ – знак эквивалентности систем сил.

Определим теперь положение линии действия равнодействующей $\overline{R}$.

$\Delta AMN \backsim \Delta O_1OA$ (Здесь $\backsim$ – знак подобия треугольников).

$$\frac{AM}{NM} = \frac{O_1O}{OA} \Rightarrow \frac{P}{F_2} = \frac{O_1O}{OA} \Rightarrow O_1O = \frac{P \cdot OA}{F_2}.$$

$\Delta BST \backsim \Delta O_1OB$.

$$\frac{BS}{ST} = \frac{O_1O}{OB} \Rightarrow \frac{Q}{F_1} = \frac{O_1O}{OB} \Rightarrow O_1O = \frac{Q \cdot OB}{F_1}.$$

Так как $F_1 = F_2$, то $P \cdot OA = Q \cdot OB$, или $\dfrac{P}{OB} = \dfrac{Q}{OA}$.

Полученные результаты можно сформулировать следующим образом: *система двух параллельных сил, направленных в одну сторону, приводится к равнодействующей, которая равна векторной сумме исходных сил, а ее линия действия делит отрезок, соединяющий точки приложения исходных сил в отношении обратно пропорциональном модулям исходных сил.*

В случае, когда рассматривается система двух параллельных сил, направленных в разные стороны, можно привести систему к равнодействующей, выполняя преобразования, аналогичные проделанным выше. Но есть одно ограничение: эти две силы не должны быть равны по модулю.

Система двух равных по модулю сил, действующих вдоль параллельных прямых в разные стороны называется *парой сил*.