Министерство образования и науки РФ
Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«РОСТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Утверждено на заседании
кафедры теоретической механики
27 декабря 2005г

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Ростов-на-Дону
2006

УДК 531.01

Методические указания для самоподготовки студентов /Центр тяжести/.

Ростов-на-Дону: изд. РГСУ, 2006, 26с.

Методические указания к разделу «Центр тяжести» предназначены для студентов, обучающихся на всех факультетах Ростовского Государственного Строительного Университета. Они ставят своей целью помочь студентам изучить теоретический материал по одному из основных разделов статики, подготовить их к выполнению индивидуальных расчетно-графических заданий.

Методические указания содержат разобранные типовые примеры.

Составители: к. ф-м. н. Е.Б. Русакова

к.ф.-м.н. М.Ю. Ремизов

Рецензент к. т. н. Д.А. Высоковский

§1.Определения и формы вычисления центров тяжести.

Рассмотрим произвольное тело. Мысленно разобьем его на достаточно большое число малых, по сравнению с телом, частей произвольной формы. По закону всемирного тяготения на все части тела, находящегося вблизи земной поверхности, действуют силы притяжения этих тел к Земле, т.е. силы тяжести. Силу тяжести i-той малой или элементарной частицы тела обозначим через ΔP_i, а силу тяжести всего тела – через P, причем $P=\sum\Delta P_i$.

Силы тяжести элементарных частиц направлены к центру Земли, т.е. образуют систему сходящихся сил. Т.к. расстояние до центра Земли чрезвычайно велико по сравнению с расстояниями между частицами тела, то можно считать силы тяжести элементарных частиц тела системой параллельных сил, направленных в одну сторону.

Как бы мы не поворачивали тело и не изменяли его положение в пространстве, силы тяжести отдельных его частиц ΔP_i останутся параллельными друг другу; относительно тела они будут поворачиваться вокруг своих точек приложения, сохраняя свою параллельность и свою величину. При таком повороте равнодействующая параллельных сил всегда проходит через одну и ту же точку – центр данной системы параллельных сил. Эта точка называется центром тяжести тела.

Таким образом, центр тяжести тела это такая, неизменно связанная с этим телом, точка, через которую проходит линия действия равнодействующей сил тяжести данного тела при любом положении тела в пространстве.

Центр тяжести – это точка, которая может лежать и вне пределов данного тела. Например – центром тяжести кольца служит его геометрический центр, так как при любом положении кольца, через эту точку будет проходить равнодействующая сил тяжести его элементарных частей.

Радиус – вектор центра тяжести тела $\vec{r}_c$ вычисляем как радиус – вектор центра параллельных сил (рис 1.) по формуле:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \Delta P_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta P_i} = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \Delta P_i \ , \qquad (1)$$

Здесь $\vec{r}_i$ - радиус – вектор точки приложения силы тяжести i–той элементарной частицы тела, ΔP_i - сила тяжести i–той элементарной части, n - число частей, на которое разбито тело. $P=\sum \Delta P_i$ – сила тяжести всего тела.

Если в формуле (1) перейти к пределу, увеличивая число элементарных частей n до бесконечности, то после замены ΔP_i дифференциалом dP, а суммы – интегралом получим:

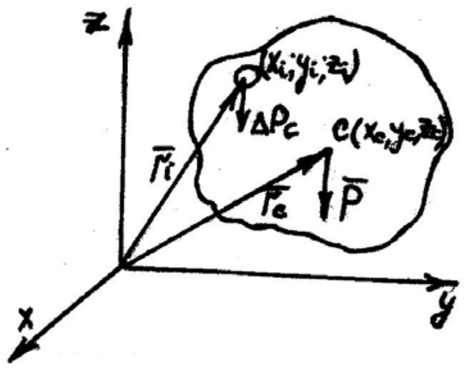


Рис.1

$$\vec{r}_c = \frac{1}{P}\int \vec{r}\, dP \, . \qquad (2)$$

Здесь $\vec{r}$ -радиус-вектор элементарной части тела, принятой за точку.

Если (1) и (2) спроектировать на декартовы оси координат, то будем иметь:

$$x_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta P_i \, ; \; y_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta P_i \, ; \; z_c = \frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} z_i \Delta P_i \, ; \qquad (3)$$

$$x_c = \frac{1}{P}\int x dP \, ; \; y_c = \frac{1}{P}\int y dP \, ; \; z_c = \frac{1}{P}\int z dP \, , \qquad (4)$$

где x_c, y_c, z_c-координаты центра тяжести; x_i, y_i, z_i- координаты точки приложения силы ΔP_i.

Введем понятие центра масс тела, используя понятие его центра тяжести. Силы тяжести элементарных частей тела и всего тела можно выразить через их массы Δm_i , M и ускорение силы тяжести g с помощью формул: P=Mg, $\Delta P_i=\Delta m_i g$. Подставляем эти выражения сил тяжести в (1) и (2) и сокращая на g, получим

$$\vec{r}_c = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} r_i \Delta m_i \qquad (5)$$

и $\vec{r}_c = \frac{1}{M}\int r dm$. $\qquad (6)$

По формулам (5) и (6) вычисляется радиус-вектор центра масс тела.

В проекциях на оси координат

$$x_c = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta m_i \,;\; y_c = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta m_i \,;\; z_c = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} z_i \Delta m_i \,; \qquad (7)$$

$$x_c = \frac{1}{M}\int x dm \,;\; y_c = \frac{1}{M}\int y dm \,;\; z_c = \frac{1}{M}\int z dm \,, \qquad (8)$$

где x_c, y_c, z_c-координаты центра масс тела.

Для однородного тела сила тяжести и масса всего тела

$P=\gamma V$; $M=\rho V$,

где V-объем тела, γ и ρ – соответственно удельный вес и плотности тела.

Для элементарной части тела

$\Delta P_i=\gamma \Delta V_i$; $\Delta m_i=\rho \Delta V_i$,

где ΔV_i- объем элементарной части.

Подставляя эти значения в (1) и(2) получаем формулы

$\vec{r}_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} r_i \Delta V_i$; $\vec{r}_c = \frac{1}{V}\int r dV$, по которым, определяют центр тяжести объема тела.

В проекциях на координатные оси.

$$x_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta V_i \,;\; y_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta V_i \,;\; z_c = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{n} z_i \Delta V_i \qquad (9)$$

$$x_c = \frac{1}{V}\int x dV \,;\; y_c = \frac{1}{V}\int y dV \,;\; z_c = \frac{1}{V}\int z dV \,. \qquad (10)$$

В случае однородной плоской фигуры, например, тонкого листа железа, имеем

$P= \gamma F_i$, $\Delta P_i=\gamma \Delta F_i$,

где F- площадь всей поверхности, ΔF_i – площадь элементарной части поверхности.

Для однородной плоской фигуры получаем следующие формулы, по которым вычисляют центр тяжести ее площади:

$$x_c = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta F_i \; ; \; y_c = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta F_i \; ; \; z_c = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} z_i \Delta m_i \; ; \tag{11}$$

$$x_c = \frac{1}{F}\int x dF \; ; \; y_c = \frac{1}{F}\int y dF \; ; \; z_c = \frac{1}{F}\int z dF \; . \tag{12}$$

Интегралы в формулах (12) называются статическими моментами площади плоской фигуры относительно осей OX и OY соответственно

$$S_x = \int y dF \; ; \; S_y = \int x dF \; . \tag{13}$$

В случае однородной линии, например, тела типа проволоки, с постоянной площадью сечения, радиус-вектор центра тяжести длины линии можно определить по формулам:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n} r_i \Delta l_i \; ; \; \vec{r}_c = \frac{1}{l}\int r dl \; .$$

Здесь Δl_i – длина элемента линии, l- общая длина линии, центр тяжести которой определяем.

$$x_c = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n} x_i \Delta l_i \; ; \; y_c = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{n} y_i \Delta l_i \; ; \tag{14}$$

$$x_c = \frac{1}{l}\int x dl \; ; \; y_c = \frac{1}{l}\int y dl \; . \tag{15}$$

§2. Методы определения координат центров тяжести.

1. Метод симметрии. Если однородное тело имеет плоскость, ось или центр симметрии, то его центр должен находиться соответственно в этой плоскости, на оси или в центре симметрии.

2. Метод разбиения на простейшие тела. Некоторые тела сложной формы можно разбить на части, центры тяжести, которых известны или предварительно могут быть определены. В этом случае центры тяжести

сложных тел вычисляются по общим формулам. Только вместо элементарных частиц тела берутся его конечные части, на которое разбито тело.

Так для однородной плоскости

$$x_c = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{n} x_i F_i\,,\ y_c = \frac{1}{F}\sum_{i=1}^{n} y_i F_i\,, \qquad (16)$$

где F_i – площадь i-той части плоской фигуры, $F=\sum F_i$ - площадь всей поверхности, x_i, y_i – координаты центров тяжести i-той фигуры.

Проиллюстрируем на примере. Плоскую фигуру изображенную на рис.2, можно разбить на три части, центры тяжести которых C_1 и C_2 известны. Они находятся на пересечении диагоналей прямоугольников. Координаты центров тяжести (x_1,y_1); (x_2,y_2); (x_3,y_3) площади F_1, F_2, F_3. Общая площадь сложной фигуры будет $F= F_1+F_2+F_3$.

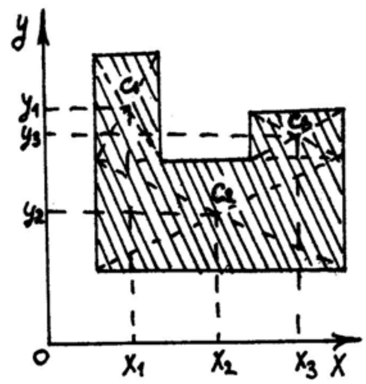


Рис.2

Используя определение центра тяжести и производя группировку слагаемых под знаком суммы по частям фигуры, на которые она разбита, получим:

$$x_c = \frac{x_1F_1 + x_2F_2 + x_3F_3}{F_1 + F_2 + F_3}\,;\ y_c = \frac{y_1F_1 + y_2F_2 + y_3F_3}{F_1 + F_2 + F_3}\,.$$

3. Метод отрицательных масс. Этот способ является видоизменением метода разбиения на части и применяется к телам, имеющим отверстия, если координаты центров масс (центров тяжести) тела без отверстия и отверстий известны. В отличие от обычного метода разбиения на части в формулах (16) площади отверстий входят со знаком минус.

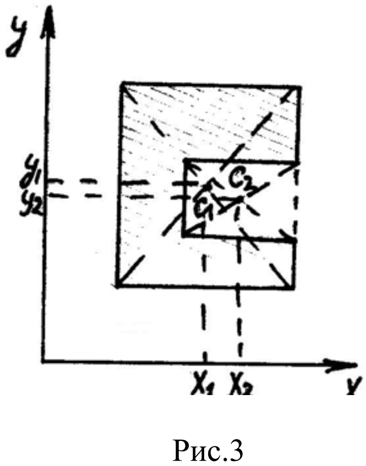


Рис.3

Покажем это на примере. Для определения плоской фигуры, изображенной на рис.3, ее можно разбить на три части. Можно сделать иначе. Дополним нашу фигуру до прямоугольника и примем, что этот прямоугольник с площадью F_1 и центром масс C_1 полностью заполнен массой (имеет положительную площадь). Часть фигуры, которую добавили, имеет отрицательную площадь той же плотности. Площадь этой фигуры обозначим F_2, а ее центр масс C_2. Применим метод разбиения на части координаты центра тяжести и определим по формулам:

$$x_c = \frac{x_1 F_1 + x_2(-F_2)}{F_1 + (-F_2)}; \; y_c = \frac{y_1 F_1 + y_2(-F_2)}{F_1 + (-F_2)}.$$

4. Экспериментальный способ. Центры тяжести неоднородных тел сложной конфигурации можно определить экспериментально. Метод подвешивания состоит в том, что тело подвешивают на нитях или тросах за различные его точки. Направление нити, к которой подвешено тело, каждый раз будет указывать направление силы тяжести, точка пересечений этих направлений будет центром тяжести тела.

5. Метод взвешивания. Пусть, например, требуется определить положение центра тяжести шатуна. Подвесим шатун в точке А тросом к неподвижной точке О и обопрем его в точке В на платформу весов (рис.4) так, чтобы шатун занял горизонтальное положение. Пусть при этом сила давления шатуна на платформу (а следовательно и реакция N платформы, приложенная к шатуну), найденная в результате взвешивания, оказалась по модулю равной G.

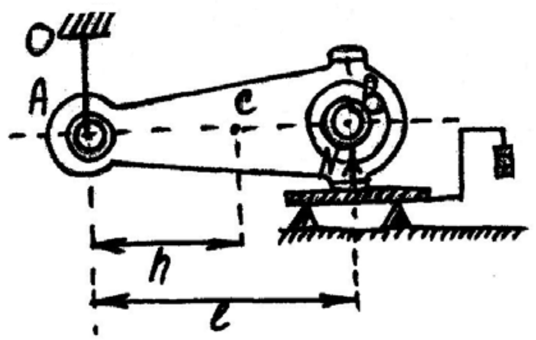


Рис.4

Зная вес P шатуна, расстояние l между точками А и В, можно найти расстояние h от точки А до центра С тяжести шатуна. Согласно уравнению равновесия $\sum_k M_A(F_k) = Ph - Nl = 0$, откуда $h = \frac{Nl}{P} = \frac{Gl}{P}$.

§3.Центр тяжести простейших тел.

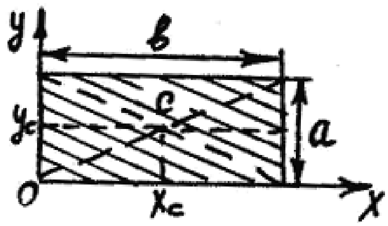


Рис.5

1. Прямоугольник. Центр тяжести площади однородного прямоугольника лежит в точке пересечения его диагоналей.

$x_c = \frac{b}{2}$; $y_c = \frac{a}{2}$; $F = ab$.

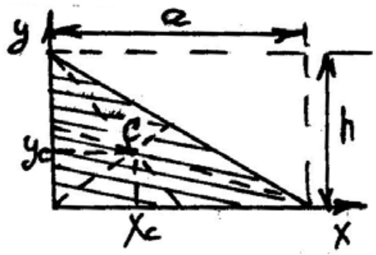


Рис.6

2. Треугольник. Центр тяжести треугольника находится в точке пересечения медиан.

$x_c = \frac{1}{3}a$; $y_c = \frac{1}{3}h$; $F = \frac{1}{2}ab$.

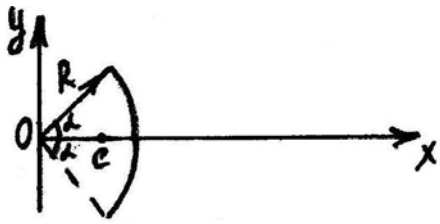


Рис.7

3. Дуга окружности. Центр тяжести дуги окружности радиуса R с углом при вершине 2α лежит на биссектрисе угла на расстоянии от центра O, равном $OC = \frac{R\sin\alpha}{\alpha}$; здесь α-измеряется в радианах:

$x_C = \frac{R\sin\alpha}{\alpha}$; $y_c = 0$.

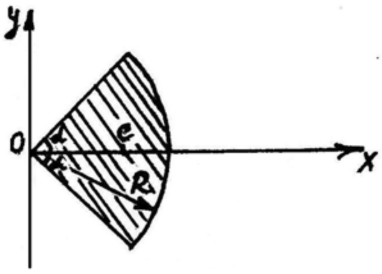


Рис.8

4. Круговой сектор. Центром тяжести кругового сектора радиуса R с углом при вершине 2α лежит на биссектрисе угла на расстоянии от центра O, равном $OC = \frac{2R\sin\alpha}{3\alpha}$; здесь α-измеряется в радианах: $x_C = \frac{2R\sin\alpha}{3\alpha}$; $y_c = 0$; $F = R^2\alpha$.

§4. Определение положения центра тяжести фигур.

Определить положение центра тяжести однородной пластины, изображенной на рис.9

r=2см, R=4 см, a=6см, b=2см.

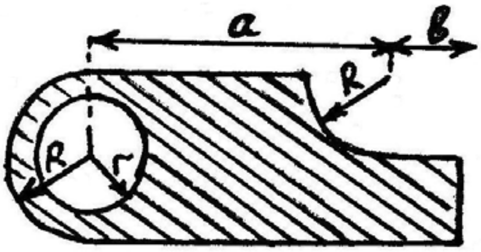
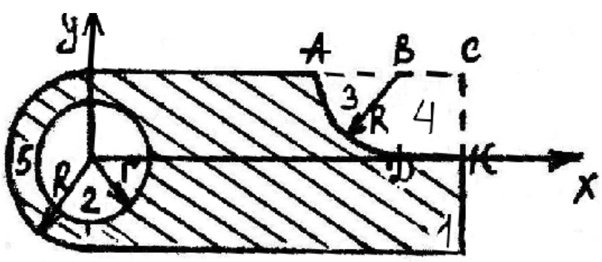


Рис.9

Решение. Пластина, изображенная на рис.9, имеет ось симметрии. Вдоль этой оси симметрии проведем ось Ох. Из центра окружности малого радиуса перпендикулярно оси Ох проведем ось Оу. Проведя вспомогательные линии АС, ВД, СК , присоединим к заданной фигуре дополнительно четверть круга 3 и прямоугольника 4. Разобьем полученную фигуру на прямоугольник 1, полукруг 5 и круг 2.

Получили пять фигур, две из которых имеют положительные площади (прямоугольник 1 и полукруг 5) и три – отрицательные (круг 2, четверть круга 3 и прямоугольник 4). В данной системе координат Оху координаты центра тяжести заданной фигуры можно определить по формулам

$$x_C = \frac{x_1F_1 - x_2F_2 - x_3F_3 - x_4F_4 + x_5F_5}{F_1 - F_2 - F_3 - F_4 + F_5};\ y_C = \frac{y_1F_1 - y_2F_2 - y_3F_3 - y_4F_4 + y_5F_5}{F_1 - F_2 - F_3 - F_4 + F_5}.$$



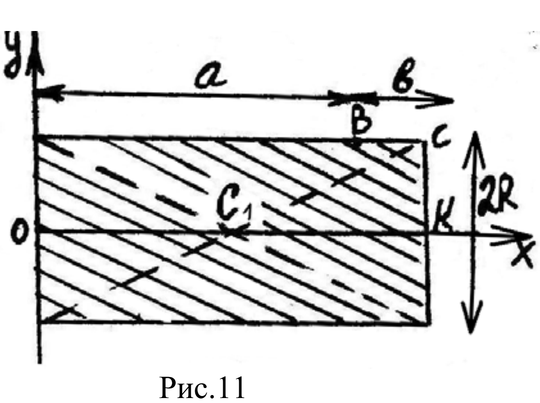
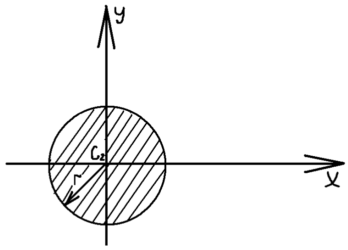


Рис.11

Вычислим площади и координаты центров тяжести отдельных фигур, относительно выбранных осей координат Оху.

1.Прямоугольник. Центр тяжести прямоугольника находится на пересечении диагоналей. Фигура симметрична относительно оси Ох, и следовательно, центр тяжести фигуры лежит на этой оси, т.е. $x_1 = \frac{a+b}{2}$, $y_1 = 0$,

$x_1 = 4$ (см), $F_1 = (a+b)2R$, $F_1 = 64$ (см^2)



2.Круг. Координаты центра тяжести совпадают с началом координат, таким образом, $x_2 = 0$, $y_2 = 0$, $F_2 = \pi r^2$, $F_2 = 12{,}56$ (см^2)

3.Четверть круга. Для кругового сектора отрезок BC_3, определен по формуле $BC_3 = \frac{2R\sin\alpha}{3\alpha}$

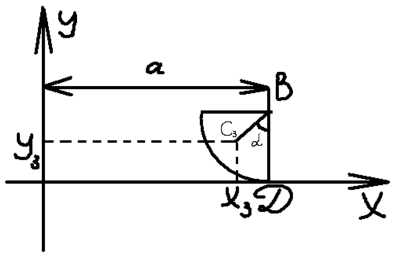


Рис.13

Рассматриваемый круговой сектор представляет четверть круга, и поэтому угол α=45^0 или $\frac{\pi}{4}$. Координаты центра тяжести 3 фигуры в выбранных осях Оху имеют вид

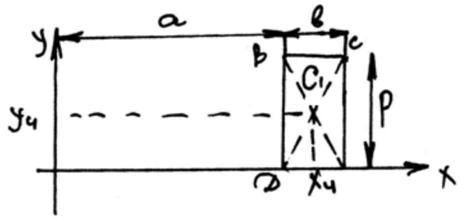


Рис.14

$$x_3 = a - BC_3\cos\alpha = a - \frac{2}{3}R\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos\alpha = a - \frac{R}{3\alpha}\sin 2\alpha \;;$$

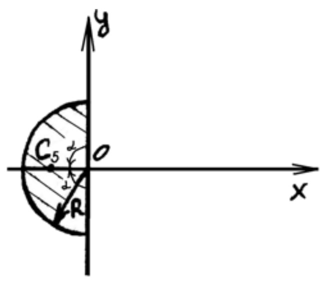
$$y_3 = R - BC_3\sin\alpha = R - \frac{2}{3}R\frac{\sin\alpha}{\alpha}\sin\alpha = R(1 - \frac{2}{3\alpha}\sin^2\alpha);$$

$F_3 = \frac{\pi R^2}{4}$, x_3=4,3(см); y_3=2,3(см); F_3=12.56(см^2)

4.Прямоугольник ВДС. Центр тяжести находится на пересечении диагоналей. Фигура смещена по оси Ох вправо на расстояние а.

$$x_4 = a + \frac{b}{2};\; y_4 = \frac{R}{2};\; F_4 = bR;$$

x_4=7(см); y_4=2(см); F_4=8(см^2).



5.Полукруг. Для полукруга отрезок OC_5 определили по формуле

Рис.15

$$OC_5 = \frac{2}{3}R\frac{\sin 90^0}{\pi/2} = \frac{4R}{3\pi};$$

Фигура расположена симметрично относительно оси Ох, и, следовательно, центр тяжести фигуры находится на этой оси. Таким образом,

y_5=0. Центр тяжести находится левее начала координат, это означает, что координата по оси Ох принимает отрицательное значение.

$x_5 = -OC_5 = -\frac{4R}{3\pi}$; $F_5 = \frac{\pi R^2}{2}$; x_5=-1,7(см); F_5=25,12(см^2).

Подставляем полученные значения в (17) и определяем, что центр тяжести однородного штампа находится в точке с координатами x_C=3,95(см); y_C=-0,667(см).

§5.Короткие задачи

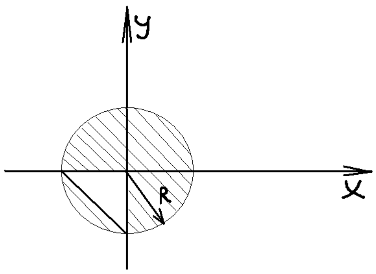


Рис.16

1. Определить координату x_C центра тяжести заштрихованной площади фигуры, если радиус R=3 м (0,189).

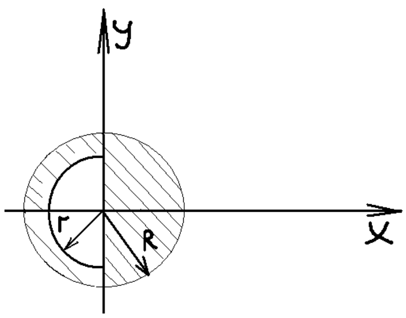


Рис.17

2. Определить координату x_C центра тяжести заштрихованной площади фигуры, если радиус R=4 м, r=2 м (0,121).

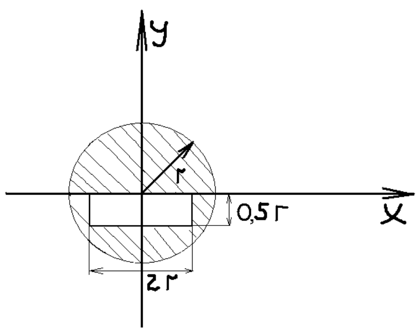


Рис.18

3. Определить координату y_C центра тяжести заштрихованной площади фигуры, если радиус r=2 м (0,095).

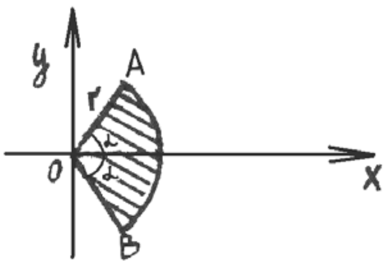


Рис.19

4. Определить координату x_C центра тяжести кругового сектора OAB, если радиус r=0,5 м, а угол α=45^0 (0,3).

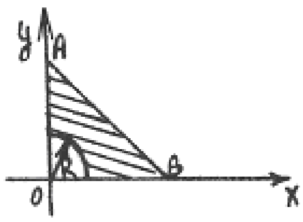


Рис.20

5. Из однородной пластинки, имеющей форму равнобедренного треугольника OAB с основанием 30 см, вырезана четверть круга радиуса R=10см. Определить координату y_C оставшейся части треугольника (13,09).

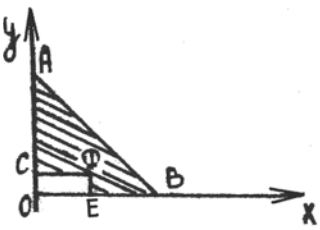


Рис.21

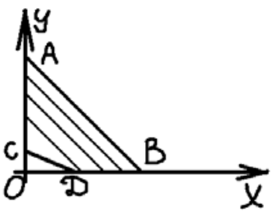


Рис.22

6. Из однородной пластинки, имеющей форму равнобедренного треугольника OAB с основанием 3a вырезан прямоугольник OCДE. Определить координату x_C, если OE=2a, OC=a. При расчетах принять a=0,6м (0,5).

7. Для сечения, показанного на рисунке определить координату x_C, если OД=a, OC=0,5a.OA=OB. При расчетах принять a=0,5м (0,518).

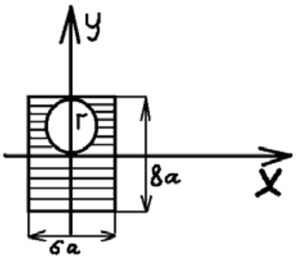


Рис.23

8. Для сечения, показанного на рисунке определить координату y_C, если r=2a, при расчетах принять a=0,5м (-0,14).

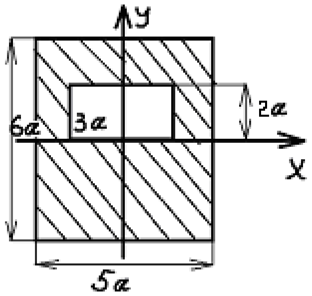


Рис.24

9. Для сечения, изображенного на рисунке определить координату y_C тяжести. При расчетах принять а=0,8м (-0,2).

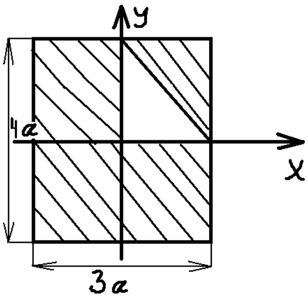


Рис.25

10. Для сечения, изображенного на рисунке определить координату x_C тяжести. При расчетах принять а=5м (-0,357).

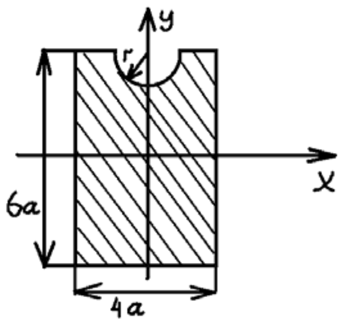


Рис.26

11. Из однородной пластинки, имеющей форму прямоугольника, вырезан полукруг радиуса r=a. Размеры пластины указаны на рисунке. Определить координату y_C оставшейся части пластины. Считать а=1м (-0,18).

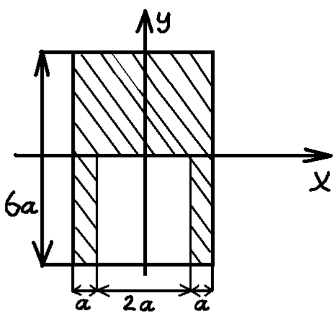


Рис.27

12. Определить координату y_C центра тяжести заштрихованной площади фигуры, если радиус а=2 м (1).

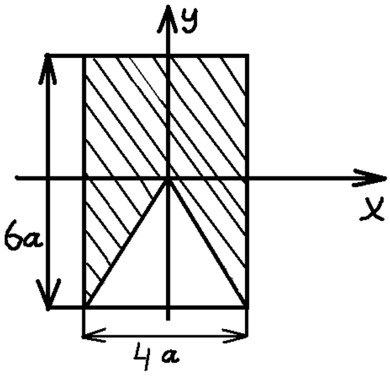
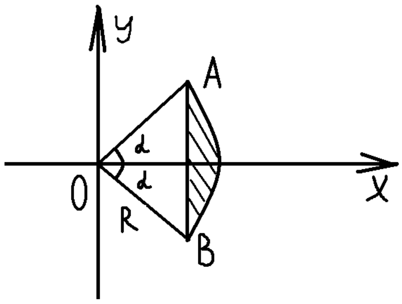
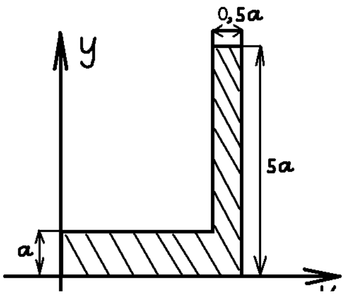


Рис.28

13. Определить координату y_C центра тяжести заштрихованной площади фигуры, если радиус а=0,3 м (0,2).



14. Определить координату x_C центра тяжести заштрихованной площади сечения, если радиус R=3 м, $\alpha=30^0$(2,77).



15. Определить координату y_C центра тяжести заштрихованной площади фигуры, если a=0,5 м (0,635).

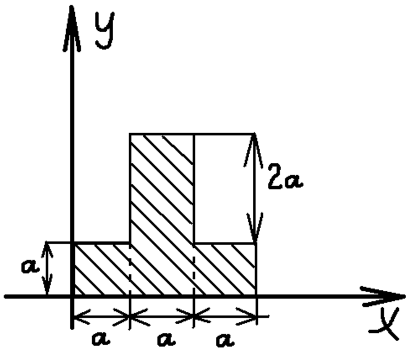


Рис.31

16. Определить координату y_C центра тяжести заштрихованной площади фигуры, если a=0,8 м (0,88).

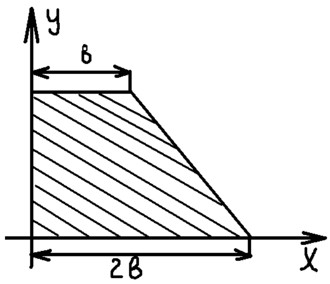


Рис.32

17. Определить координату x_C центра тяжести заштрихованной площади сечения, если b=0,9 и h=2b (1).

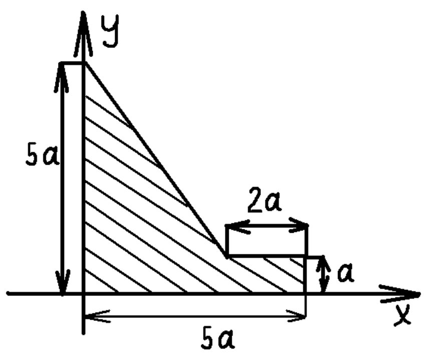


Рис.33

18. Определить координату y_C центра тяжести заштрихованной площади фигуры, если a=2 м (3).

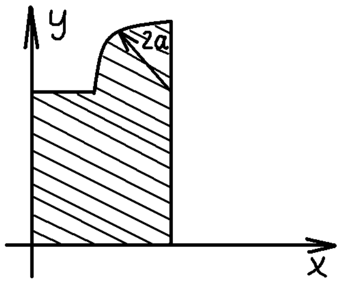


Рис.34

19. Для сечения, изображенного на рисунке определить координату x_C тяжести. При расчетах принять a=0,5м (0,786).

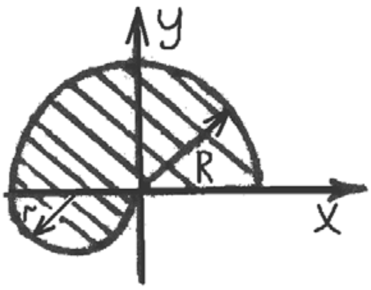


Рис.35

20. Определить координату yC центра тяжести заштрихованной площади фигуры, если R=4a, r=2a, a=2 м

(3,06).

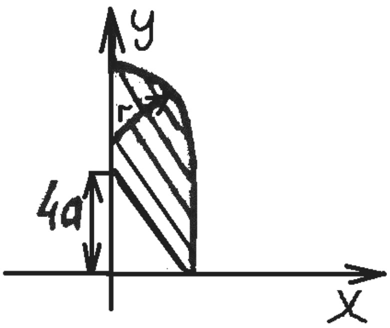


Рис.36

21. Определить статический момент изображенного на рисунке сечения относительно оси Ox, если r=3a, a=3см (1438,29).

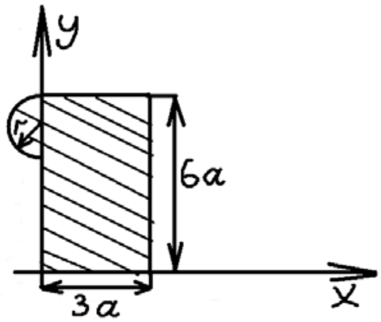


Рис.37

22. Определить статический момент изображенного на рисунке сечения относительно оси Oy, если r=a, a=3см (711).

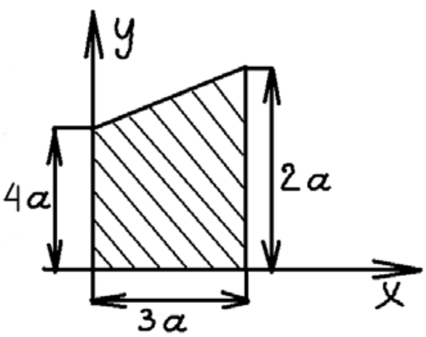


Рис.38

23. Определить статический момент изображенного на рисунке

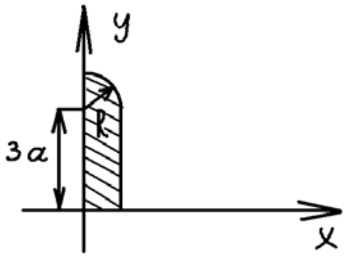


Рис.39

сечения относительно оси Оy, если a=3см (400).

24. Определить статический момент изображенного на рисунке сечения относительно оси Ох, если R=4a, a=2см (616,26).

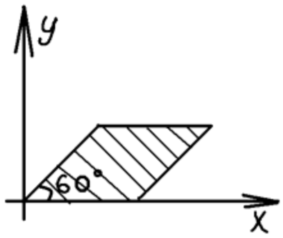


Рис.40

25. Определить статический момент изображенного на рисунке сечения относительно оси Оy, если сторона ромба a=4см (41.57).

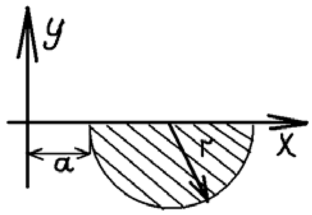


Рис.41

26. Определить статический момент изображенного на рисунке сечения относительно оси Ох, если r=3a, a=3см (-486).

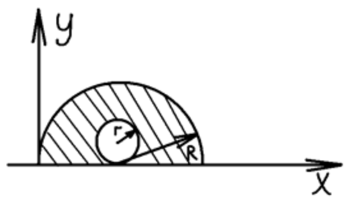


Рис.42

27. Определить статический момент изображенного на рисунке сечения относительно оси Ох, если R=3r, r=3см (401,18).

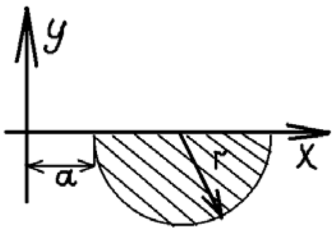


Рис.43

28. Определить статический момент изображенного на рисунке сечения относительно оси Оy, если R=3a,a=3см (1526,8).

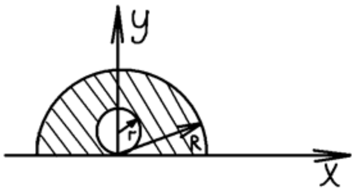


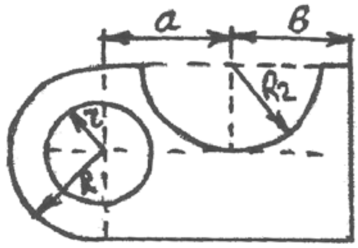
Рис.44

29. Определить статический момент изображенного на рисунке сечения относительно оси Оy, если R=4r, r=2см (0).

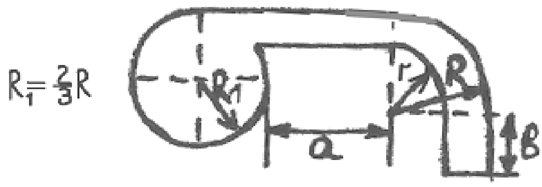
Варианты заданий расчетно-графической работы по теме «Центр тяжести»

Определить центр тяжести плоской фигуры. Номер рисунка выбрать по предпоследней цифре шифра. В таблице, расположенной под рисунком выбрать условие по последней цифре шифра.

№1

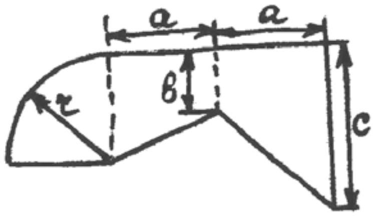


№2

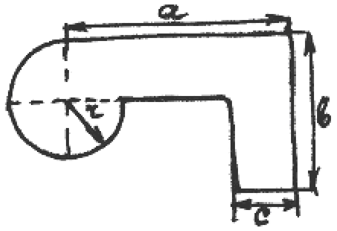


	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R (мм)	30	30	24	30	35	12	9	13	15	12
r (мм)	15	12	12	13	13	6	6	12	12	6
a (мм)	60	50	40	54	60	15	15	24	23	19
b (мм)	40	25	40	30	42	0	10	0	6	3

№3



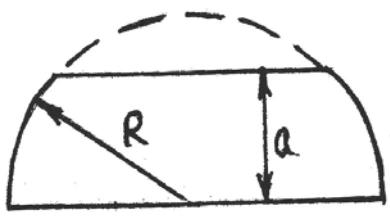
№4



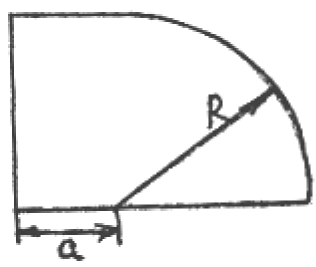
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r(мм)	12	15	18	21	24	30	24	27	36	21

a(мм)	18	0	72	60	80	60	54	56	12	50
b(мм)	20	20	24	50	48	24	21	20	24	18
c(мм)	12	16	16	10	20	30	30	28	25	24

№5

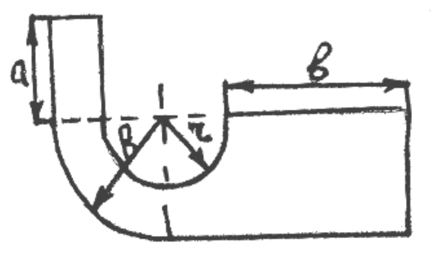


№6

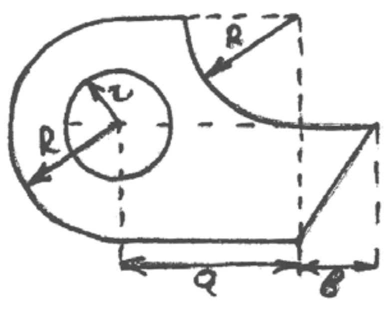


R(мм)	0	5	4	5	0	7	4	1	6	0
a(мм)	0	0	3	5	5	2	5	0	2	0

№7



№8

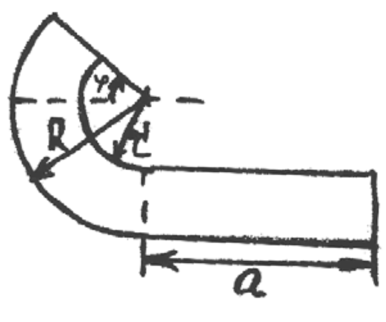


	0					5	6		8	
R(мм)	3 0	7	4	1	8	6 0	6 0	4	5 4	0
r(мм)	1 5	5	2	2		3 0	4 2	7	3 0	8
a(мм)	6 0	0	0	8	0	1 20	1 00	0	1 00	0

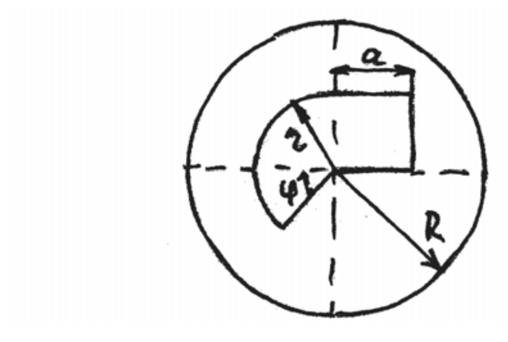
№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
φ(рад)	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	π
R(мм)	30	27	24	30	27	21	27	24	30	18
r(мм)	18	12	18	15	15	10	15	12	15	10
a(мм)	20	16	20	18	12	20	10	16	30	16

b(мм)	1 00	0	2	4	2	2 0	2 0	0	2 8	0

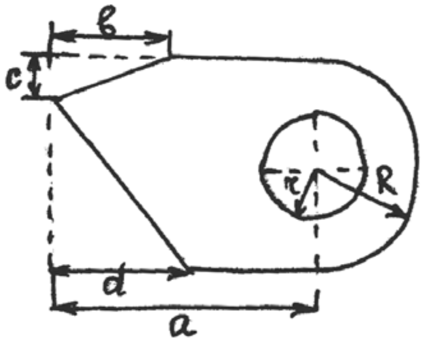
№9



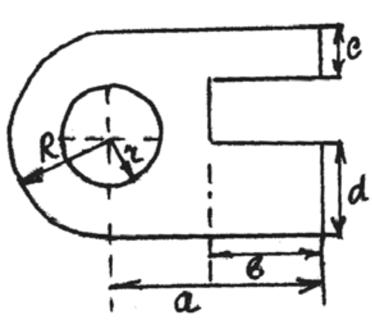
№10



№11

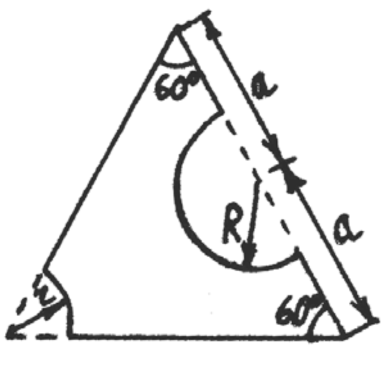


№12

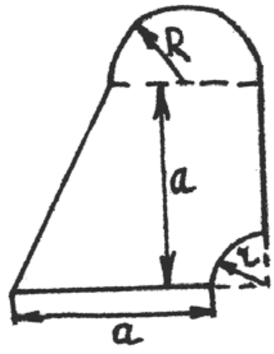


№										
R(мм)	0	4	7	1	6	0	6	5	6	5
r(мм)	5	2	5	2	0	5	0	0	4	1
a(мм)	2	0	0	7	2	0	2	0	2	8
b(мм)	0	0	5	5	0	6	0	0	6	0
c(мм)	0	0	0	0	5	0	2	2	0	0
d(мм)	5	8	3	0	2	2	2	6	0	6

№13



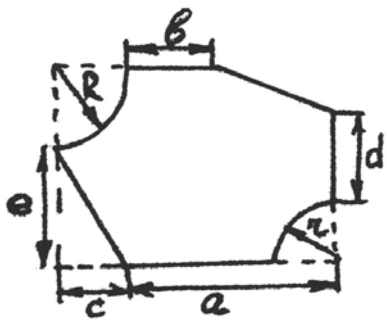
№14



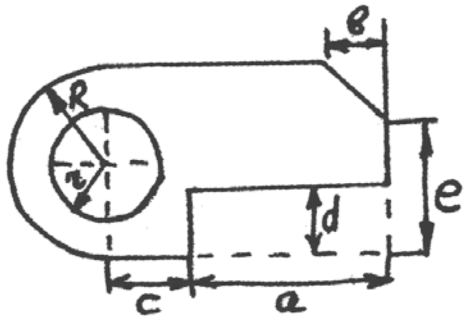
№										
r(	2	8	5			2	5	8	1	

мм)										
R(мм)	5	2	8			4	0	0	8	0
a(мм)	0	6	8	0	4	0	0	4	0	0

№15

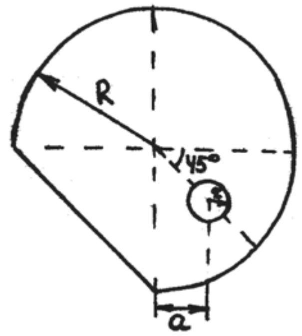


№16

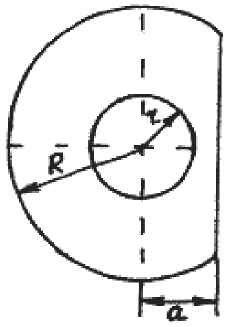


№										
r(мм)	0	0			2	5	1	5	7	0
R(мм)	0	5	8	6	4	1	2	6	0	6
a(мм)	0	0	5	4	8	5	9	5	8	0
b(мм)	0	0	2	5	3	0	0			5
c(мм)	0	5	0	0	0	5	0	0	0	0
d(мм)	0	0	5	0	0	5	0	0	8	0
e(мм)	0	5	0	0	0	5	0	0	0	5

№17

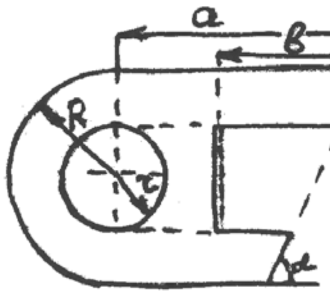


№18

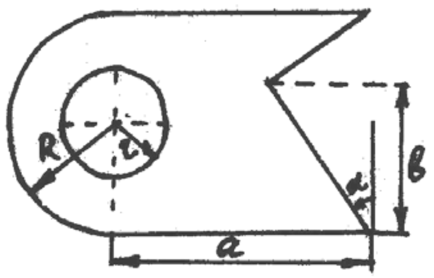


№										
R(мм)	0	7	4	6	4	0	5	0	2	8
r(мм)	0	5	5	0	2	0	0	5	0	8
a(мм)	5	5	0	4	5	5	5	2	0	0

№19



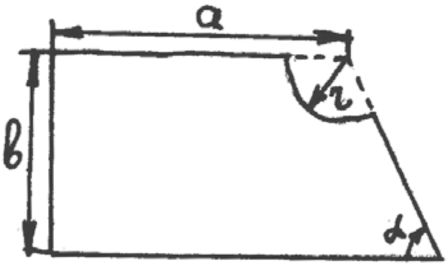
№20



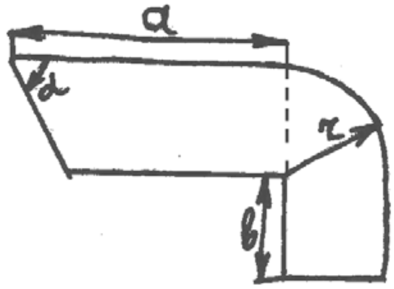
№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R(мм)	30	24	30	21	24	21	30	27	24	21
r(мм)	15	15	18	12	15	12	18	15	12	15
a(мм)	100	100	90	80	80	63	180	80	90	86
b(мм)	40	30	45	30	24	22	60	40	24	22

α (рад)	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$

№21

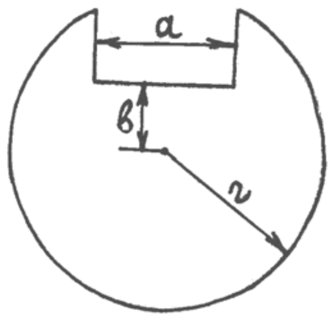


№22

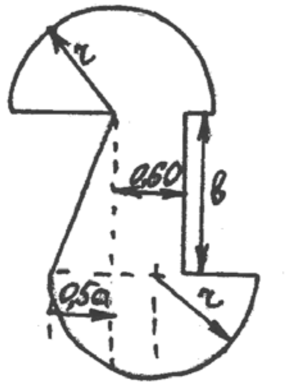


№										
r(мм)	5	0	6	0	0	2	5		2	5
a(мм)	0	6	0	2	0	4	0	4	8	4
b(мм)	0	0	0	0	0	5	0	5	0	0
α (рад)										

№23

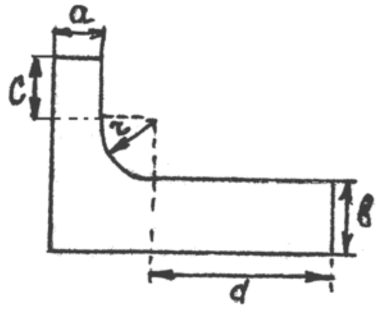


№24

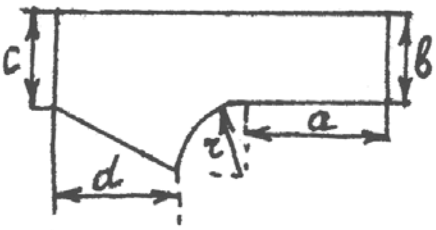


№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r(мм)	30	27	24	21	30	50	40	25	18	60
a(мм)	32	30	30	24	40	40	70	28	30	70
b(мм)	15	12	10	10	16	10	35	20	9	50

№25

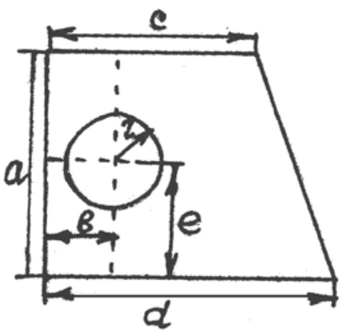


№26

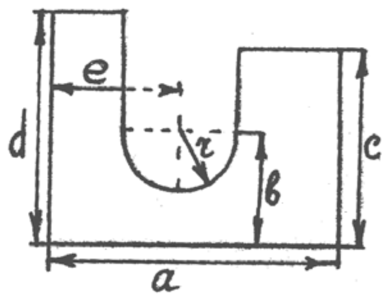


№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r(мм)	10	20	15	20	15	10	15	15	18	12
a(мм)	10	15	10	15	10	20	15	10	20	14
b(мм)	15	10	10	15	20	15	20	20	10	12
c(мм)	20	30	22	24	16	30	20	0	10	0
d(мм)	20	16	12	20	12	10	10	20	30	15

№27



№28



№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r(мм)	30	15	21	24	27	20	25	20	20	25
a(мм)	100	80	80	90	100	90	100	90	100	70
b(мм)	40	30	45	40	40	30	30	25	40	50
c(мм)	40	40	40	50	50	70	70	60	40	40
d(мм)	100	80	100	100	90	100	110	80	70	100
e(мм)	30	30	25	30	50	45	60	30	30	30

Методические указания для самоподготовки студентов /Центр тяжести/.

Составители: Е.Б. Русакова
М.Ю Ремизов

Редактор Н.Е.Гладких

Темплан 2006г., поз.170

Подписано в печать Формат 60х84/16.

Ризограф. Бумага писчая. Уч.-изд. л. 1,3.

Тираж 50 экз. Заказ

Редакционно-издательский центр Ростовского государственного строительного университета

344022, Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, 162